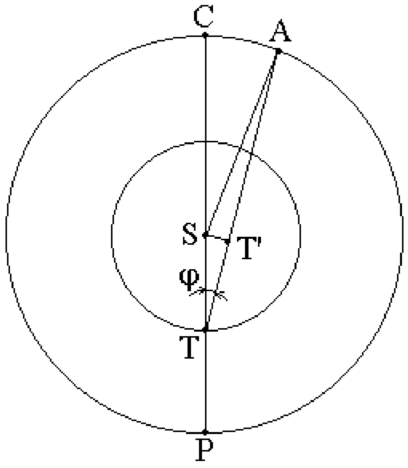
V НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
IV (ПОДБОРЕН) КРЪГ
27 ЮЛИ 2002, ГР. СИЛИСТРА

Старша възраст (15 – 17 г.)

<u>1 задача</u>. Първо определяме разстоянието от Земята до Юпитер, когато Юпитер е на ъглово отстояние $\varphi = 10°$ от Слънцето.



На чертежа S е Слънцето, T е Земята, P е положението на Юпитер в опозиция, C – в съединение, а A – когато е на ъгъл φ от Слънцето.

$$ST = a_З = 1 \text{ AU} = 149.6 \times 10^6 \text{ km}$$

$$SC = a_Ю = 5.203 \text{ AU}$$

Търсим разстоянието TA.

В триъгълника TAS спускаме височината ST′ и пресмятаме:

$$ST' = a_З \sin\varphi \qquad (1)$$

$$TT' = a_З \cos\varphi \qquad (2)$$

В триъгълника ST′A:

$$T'A = (SA^2 - ST'^2)^{1/2}$$

$$\Rightarrow T'A = (a_Ю^2 - a_З^2 \sin^2\varphi)^{1/2} \qquad (3)$$

$$TA = TT' + T'A \qquad (4)$$

От (4) като заместим резултатите от (2) и (3) получаваме:

$$TA = a_З \cos\varphi + (a_Ю^2 - a_З^2 \sin^2\varphi)^{1/2}$$

$$TA = 6.1849 \text{ AU} \qquad (5)$$

При наблюдение на затъмненията в спътниковата система на Юпитер в моментите около противостояние няма закъснение в сравнение с теоретичните предсказания. Тогава разстоянието от Земята до Юпитер е:

$$TP = a_Ю - a_З = 4.203 \text{ AU} \qquad (6)$$

Закъснението от 998 s възниква поради разликата между разстоянията TA и TP:

$$TA - TP = 1.9819 \text{ AU} = 296.49 \times 10^6 \text{ km}$$

Светлината изминава това разстояние за 998 s със скорост:

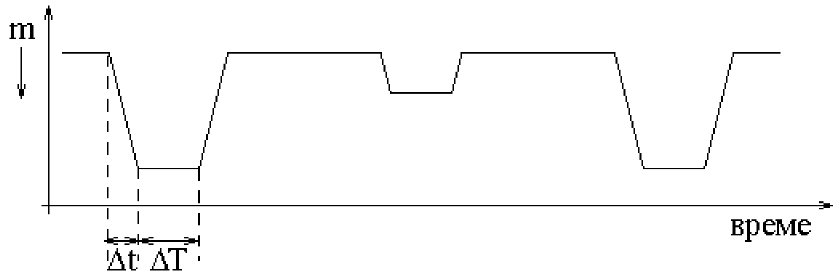
$$c = (296.49 \times 10^6 \text{ km}) / 998 \text{ s} = 297\,084 \text{ km/s} \qquad (7)$$

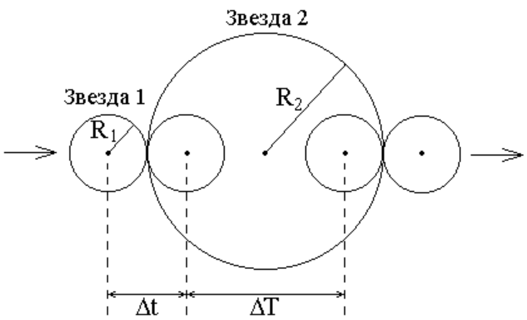
Грешката при определянето на момента на затъмнение е 4 s. Следователно закъснението на затъмнението е 998 ± 4 s, т.е. закъснението най-вероятно е в интервала 994 ÷ 1002 s. С която и от тези две стойности да пресметнем скоростта на светлината по формула, подобна на (7), ще получим резултат за c , който се отличава от средния (c = 297 084 km/s) с около 1200 km/s, т.е. с приблизително 0.4%. Това е малка грешка, но тя ни показва, че трябва да закръглим средния резултат до c = 297 000 km/s, защото последните 3 значещи цифри не са достоверни.

Неточността при определянето на момента на затъмненията произтича от следните причини:

- Спътниците на Юпитер имат определени диаметри и навлизат постепенно в сянката на планетата, така че блясъкът им не изчезва изведнъж.
- Плавното намаляване на блясъка се дължи и на това, че границата на сянката на Юпитер не е рязка, а размита поради атмосферата на планетата.

2 задача.





Както се вижда от графиката и от фигурата вляво, Δt е продължителността на частичното затъмнение на едната звезда от другата, а ΔT – продължителността на пълното затъмнение.

На интервала Δt съответства 0.5 деление по скалата на времето от графиката, а на интервала ΔT – 1 деление. Да приемем, че разстоянието между звездите е a (a = const, понеже се движат по кръгови орбити), а относителната скорост на едната звезда спрямо другата е v . Ако T е орбиталният период, то:

$$v = 2\pi a / T \qquad (1)$$

От чертежа следва, че:

$$v\Delta t = 2 R_1 \quad ; \qquad v\Delta T = 2R_2 - 2R_1 \qquad (2)$$

където R_1 и R_2 са радиусите на звездите.

$$\Rightarrow R_1 = (2\pi a\, \Delta t / T)\,(1/2) = \pi a\, \Delta t / T$$

$$R_2 = R_1 + v\Delta T / 2 = \pi a\,(\Delta t + \Delta T) / T$$

$$R_1 / R_2 = \Delta t / (\Delta t + \Delta T) = 0.5 \text{ дел.} / (0.5 + 1) \text{ дел.} = 1 / 3$$

$$R_2 = 3R_1 \qquad (3)$$

Нека сега означим компонентите не с 1 и 2, а с A и B.

Знаем, че $T_B = 1.8\ T_A$. Търсим отношението на светимостите L_A и L_B .

<u>I случай</u>. По-горещата звезда B е с по-голям радиус:

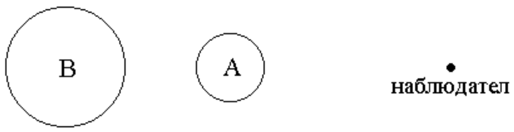
$$R_B = 3\ R_A$$

$$\Rightarrow L_A / L_B = 4\pi\sigma\ T_A^4\ R_A^2 / (4\pi\sigma\ T_B^4\ R_B^2)$$

където σ е константата на Стефан-Болцман.

$$L_A / L_B = (T_A / T_B)^4\ (R_A / R_B)^2 \qquad (4)$$

$$L_A / L_B \approx 1 / 94 \qquad \text{или} \qquad L_B = 94\ L_A$$



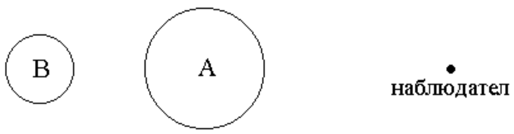
Звездата A има по-малка светимост и при главния минимум тя е пред B за наблюдателя.

<u>II случай.</u> По-горещата звезда B е с по-малък радиус:

$$R_A = 3\ R_B$$

От (4) получаваме:

$$L_A / L_B \approx 0.86 \qquad \text{или} \qquad L_B = 1.17\ L_A$$



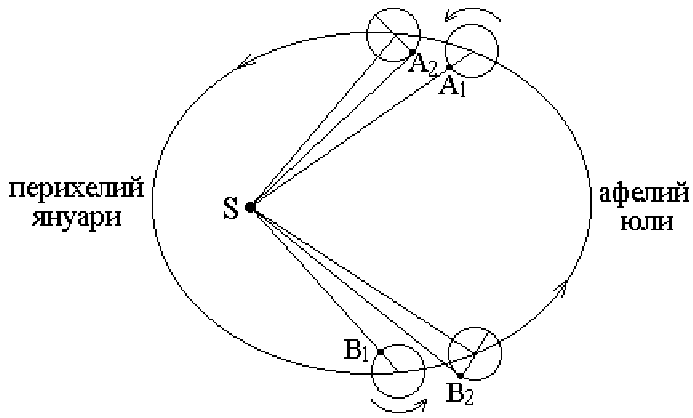
Отново A е звездата с по-малка светимост и при главния минимум тя е пред B за наблюдателя.

Съотношението на масите преценяваме, като имаме предвид, че звездите в двойната система са на една и съща възраст.

I случай. Звездата A е с по-ниска температура, по-малка светимост и по-малък радиус от звездата B. И двете може да са на главната последователност. За масите им можем да напишем $M_A < M_B$. Ако имат близки маси, може заедно да преживяват стадия на червени гиганти, но и тогава съотношението не се променя.

II случай. Звездата B е с по-висока светимост и температура от A, но с по-малък радиус. Звездата с по-голям радиус, т.е. A, трябва да е на по-късен стадий от еволюцията си при еднаква възраст на двете звезди. Ситуацията, в която B е от главната последователност се изключва, защото тогава A, като по-бързо еволюираща, трябва да е по-масивна от B, и нито в стадия на червен гигант, нито докато е още на главната посладователност не може да има по-ниска светимост от B. Остава възможността A да е звезда от главната последователност или червен гигант, а B да е масивна звезда, преминала вече през стадия на червен гигант, когато е изхвърлила обвивката си и е останало горещото й хелиево ядро. Тогава отново $M_A < M_B$, поне що се отнася до първоначалните маси на звездите.

3 задача. Ефектът се дължи на елиптичността на земната орбита.



Означаваме с S Слънцето. Земята се движи по орбитата си около него и се върти около оста си в една и съща посока.

1) Период юли – декември.

Ако в един ден по пладне сме в точка A_1 на Земята, разстоянието от нас до Слънцето е SA_1. Вечерта на същия ден ще сме в точка A_2 и като отчетем преместването на Земята по нейната орбита за времето от пладне до вечерта, виждаме, че $SA_2 < SA_1$.

2) Период януари – юли.

Тогава ако по пладне се намираме в точка B_1 на Земята относно Слънцето, то вечерта на същия ден ще се намираме в точка B_2 и $SB_1 < SB_2$.

Практическа задача. Построяваме графика с положенията на центъра на видимия лунен диск в различните моменти от време. Тъй като изместванията по α и δ не са големи, и тъй като δ няма голяма стойност (близо до небесния екватор), можем да използваме правоъгълна координатна система за α и δ. Така приемаме разглеждания участък от небесната сфера за плосък. Все пак обаче, $\delta \neq 0$ и в този участък са леко "сгъстени" по α в сравнение с екваториалните си положения. Разстоянието между два меридиана, отличаващи се с 1° по α, ще е по-малко от 1°, или по-точно то ще е равно на $1° \cos \delta$. В случая можем да вземем средната от четирите дадени в таблицата стойности на δ и получаваме:

$$\cos \delta_{ср.} = 0.973$$

По принцип това е важно, защото ще работим с мащаба на ъгловия диаметър на лунния диск, който не се “деформира” с изменение на деклинацията, а си остава същият. Но ако не отчетем тук този ефект, няма да допуснем много голяма грешка.

За да работим с мащаба на лунния диск, трябва да нанесем по двете оси на координатната система α и δ в еднакъв мащаб – еднакъв брой милиметри за 1°. За удобство превръщаме α от часове в градуси. Умножаваме всяка стойност на α по фактора 0.973 и така премахваме деформацията на скалата по α. С получените стойности за α и със стойностите за δ от таблицата начертаваме координатната система и нанасяме положенията на центъра на лунния диск. Те лежат по права линия. На насяме и звездата, като предварително умножаваме ректасцензията ѝ с 0.973. С пергел, забит в точката, където е звездата, отбелязваме върху правата, описвана от центъра на лунния диск, две точки П и О на разстояние от звездата, равно на ъгловия радиус на Луната в мащаба на скалите за α и δ. Това са точките, където е центърът на лунния диск в моментите на покритието (начало на окултацията) и откритието (край на окултацията) на звездата.

Използваме правата, по която се движи центърът на лунния диск, като скала на времето. Измерваме колко милиметра от нея съответстват на разлика 1 час между моментите от време на различните положения на центъра на Луната. Измерваме разстоянията в милиметри от точките П и О до близки точки, показващи положенията на лунния център. Въз основа на получения по-горе мащаб за време, определяме моментите на покритие и откритие:

$$T_П = 23^h55^m14^s \text{ UT}$$
$$T_O = 00^h46^m44^s \text{ UT}$$